

کاربرد روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مشاهدات GPS با استفاده از مدل هندسه- مبنا

فرزانه زنگنه نژاد^{۱*}، علیرضا امیری سیمکوئی^۲، جمال عسگری^۳

^۱ کارشناس ارشد ژئودزی - گروه مهندسی نقشه‌برداری - دانشکده فنی - دانشگاه اصفهان
farzanehzangeneh@yahoo.com

^۲ دانشیار گروه مهندسی نقشه‌برداری - دانشکده فنی - دانشگاه اصفهان
ar.amirisimkooei@gmail.com

^۳ استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری - دانشکده فنی - دانشگاه اصفهان
jamal.asgari@gmail.com

(تاریخ دریافت شهریور ۱۳۹۲، تاریخ تصویب تیر ۱۳۹۳)

چکیده

پردازش داده‌های ژئودتیکی، عموماً با روش کمترین مربعات صورت می‌گیرد. برای رسیدن به بهترین برآورد نااریب خطی^۱، استفاده از مدل تصادفی^۲ مناسب و یا به بیان دیگر ارائه وزن مناسب برای مشاهدات، الزامی است. برای تعیین مدل تصادفی مناسب از روش برآورد مولفه‌های واریانس^۳ استفاده می‌شود. یکی از کاربردهای ژئودتیکی برآورد مولفه‌های واریانس، وزن‌دهی به مشاهدات سیستم تعیین موقعیت جهانی GPS^۴ می‌باشد. در این تحقیق از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات^۵ جهت تعیین مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS استفاده می‌شود. مدل تابعی^۶ مورد استفاده در این پژوهش، مدل هندسه- مبنا^۷ برای مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم^۸ GPS می‌باشد. نتایج برای گیرنده‌های تریمبل^۹ 4000 SSi و تریمبل R7^{۱۰} ارائه شده است. نتایج بدست آمده همبستگی قابل توجه ۰.۵۵، بین مشاهدات کد CA و P2 در گیرنده تریمبل 4000 SSi و نیز همبستگی قابل توجه ۰.۶۴، بین مشاهدات فاز L1 و L2 در گیرنده تریمبل R7 را نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی: برآورد مولفه‌های واریانس، کمترین مربعات، مدل تصادفی مشاهدات GPS، مدل هندسه- مبنا

* نویسنده رابط

- ۱ Best Linear Unbiased Estimation (BLUE)
- ۲ Stochastic Model
- ۳ Variance Component Estimation (VCE)
- ۴ Global Positioning System (GPS)
- ۵ Least-squares VCE
- ۶ Functional Model
- ۷ Geometry- Based
- ۸ Double Difference
- ۹ Trimble 4000 SSi
- ۱۰ Trimble R7

۱- مقدمه

در پردازش داده‌های ژئودتیکی به روش کمترین مربعات، معرفی وزن مناسب برای مشاهدات (تعریف مدل تصادفی قابل اعتماد) به منظور رسیدن به بهترین برآورد ناریب خطی الزامی است [۱۶]. در اکثر کاربردهای عملی، تا حدودی ماتریس کواریانس مشاهدات معلوم بوده و به صورت ترکیب خطی مجهول از ماتریس‌های کوفاکتور بیان می‌شود. برآورد مولفه‌های مجهول (کو)واریانس تحت عنوان VCE شناخته می‌شود. روش-های مختلفی برای برآورد مولفه‌های واریانس وجود دارد. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش برآورد ناریب مربعی کمترین نرم^۱ [۱،۲،۳،۴]، بهترین برآورد ناریب مربعی ناورد^۲ [۵،۶،۷،۸،۹]، برآورد ماکزیمم درست‌نمایی محدود شده^۳ [۱۰،۱۱،۱۲،۱۳]، روش هلمرت [۱۴،۱۵] و روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات اشاره کرد. همه روش‌های برآورد واریانس نامبرده، در صورت نرمال بودن توزیع مشاهدات دارای جواب یکسانی خواهند بود (فصل ۵ مرجع [۱۶]). در این پژوهش از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات که بر پایه اصل کمترین مربعات می‌باشد، استفاده می‌شود. این روش در سال ۱۹۸۸ توسط تیونیسن^۴ پیشنهاد شد [۱۶،۱۷،۱۸]. از جمله مزایای روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات نسبت به سایر روش‌ها، می‌توان به انجام تست‌های آماری پس از برآورد مدل تصادفی (مانند W-test) اشاره نمود که با استفاده از آن می‌توان به ساختار مناسب مدل تصادفی دست یافت. بعلاوه این روش بصورت مستقیم ماتریس کواریانس مجهولات (مولفه‌های (کو)واریانس برآورد شده) را که همان معکوس ماتریس نرمال است را محاسبه می‌کند. جهت توضیحات بیشتر به مراجع [۱۶] مراجعه شود.

وزن‌دهی به مشاهدات GPS، از کاربردهای رایج VCE می‌باشد چرا که انتخاب مدل تصادفی مناسب و قابل اطمینان برای مشاهدات GPS، از پیش‌نیازهای لازم

در تعیین موقعیت با دقت بالا توسط GPS می‌باشد و این موضوع انگیزه اصلی بررسی ویژگی‌های نوین مشاهدات GPS، است [۱۷،۱۹].

از اوایل سال ۱۹۸۰، با گسترش سیستم تعیین موقعیت جهانی GPS، استفاده از مشاهدات GPS، نقش مهمی در تعیین موقعیت دقیق ایفا می‌کنند. مشاهدات GPS، عموماً با روش کمترین مربعات پردازش می‌شوند؛ بدین منظور مدل تابعی و تصادفی مناسب (به مجموعه مدل تابعی و تصادفی، مدل ریاضی می‌گویند)، می‌بایست به صورت دقیق تعریف شوند. مدل تابعی ارتباط بین مشاهدات و پارامترهای مجهول را برقرار می‌کند. مدل تصادفی نیز خواص آماری مشاهدات را در قالب ماتریس کواریانس مشاهدات بیان می‌کند. مدل تابعی برای تعیین موقعیت دقیق GPS، در طول دو دهه گذشته به طور کامل بررسی و ارائه شده است [۲۰،۲۱،۲۲،۲۳]. در حالی که انتخاب مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS، مساله‌ای چالش برانگیز است [۲۴،۲۵]. ساده‌ترین و رایج‌ترین مدل تصادفی مورد استفاده، انتخاب وزن یکسان برای مشاهدات خام GPS و صرف‌نظر کردن از همبستگی بین مشاهدات مختلف، می‌باشد. واضح است چنین مدلی، مدل قابل اطمینانی نخواهد بود؛ ارائه مدل تصادفی نامناسب، منجر به کاهش دقت در پارامترهای برآورده شده خواهد شد. در حالی که استفاده از ماتریس وزن صحیح برای مشاهدات باعث می‌شود مشاهدات با دقت بالاتر، سهم بیشتری نسبت به مشاهدات کم دقت-تر در حل نهایی داشته باشند. بنابراین نیاز است که عواملی از قبیل دقت متفاوت برای انواع مشاهدات مختلف GPS، وابستگی دقت ماهواره‌ها به ارتفاع آن‌ها و نیز همبستگی بین انواع مختلف مشاهدات GPS و همبستگی زمانی بین مشاهدات در ساختار ماتریس وزن مشاهدات GPS در نظر گرفته شود [۱۷،۱۹،۲۵]. برای سادگی در این تحقیق فقط دقت متفاوت برای انواع مشاهدات مختلف و همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS، لحاظ شده و از سایر موارد (وابستگی دقت به ارتفاع و همبستگی زمانی بین مشاهدات) صرف‌نظر شده است.

برای انتخاب وزن مناسب برای مشاهدات GPS و نیز مدل کردن ناهمگونی دقت مشاهدات GPS پژوهش‌های

^۱ Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimator (MINQUE)

^۲ Best Invariant Quadratic Unbiased Estimator (BIQUE)

^۳ Restricted Maximum Likelihood Estimator (REML)

^۴ Teunissen

برای مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS به منظور برآورد خصوصیات نویز مشاهدات GPS استفاده کرد [۱۶]. در این پژوهش، جهت برآورد خصوصیات نویز مشاهدات GPS از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات استفاده می‌شود. با این تفاوت که مدل هندسه- مینا برای مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS به عنوان مدل تابعی استفاده می‌گردد. این مدل بر خلاف مدل عاری از هندسه، به اطلاعات مداری ماهواره نیاز دارد [۱۷،۳۳]. مدل عاری از هندسه، مدل ساده و خطی می‌باشد و در عین حال به اطلاعات اضافه‌تری از قبیل اطلاعات مداری ماهواره نیاز ندارد. در کنار مزایای نامبرده برای غلبه بر محدودیت‌های VCE در این مدل، از مدل هندسه- مینا استفاده می‌گردد.

۲- مدل هندسه- مینا

مدل هندسه- مینا، معمول‌ترین مدل ریاضی مورد استفاده در تعیین موقعیت دقیق با استفاده از مشاهدات کد و فاز GPS در هنگام تعیین موقعیت نسبی (دو گیرنده) می‌باشد. هندسه نسبی بین گیرنده- ماهواره نقش مهمی در برآورد دقیق پارامترهای مجهول (ابهام فازها و بردار موقعیت نسبی بین گیرنده مرجع^{۱۱} و سیار^{۱۲}) ایفا می‌کند. در مدل عاری از هندسه، این موضوع لحاظ نمی‌شود و به جای بردار موقعیت نسبی بین گیرنده مرجع و سیار، فاصله هندسی تفاضلی مرتبه دوم بین گیرنده- ماهواره، به عنوان مجهول برآورد می‌شود. بنابراین یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای برآورد ابهام فازهای صحیح در مرحله تفاضلی مرتبه دوم، استفاده از مدل ساده و خطی عاری از هندسه می‌باشد. خواننده علاقه‌مند می‌تواند به مراجع [۳۳،۳۴،۳۵،۳۶،۳۷] مراجعه کند.

برای غلبه بر محدودیت‌های VCE در مدل عاری از هندسه، از جمله پایین بودن درجه آزادی برای برآورد همه مجهولات (کو) واریانس به طور همزمان، از مدل هندسه- مینا استفاده می‌گردد. مجهولات مدل عاری از هندسه، شامل فاصله هندسی تفاضلی مرتبه دوم بین گیرنده- ماهواره و ابهام فازهای تفاضلی مرتبه دوم فیکس می‌باشد؛ در این صورت اگر n_s تعداد ماهواره‌های قابل

بسیاری انجام شده‌است. اولر و گود^۱ (۱۹۹۱) [۲۶] و پارکینسون و اسپیلکر^۲ (۱۹۹۶) [۲۷] دو مدل تقریبی وابسته به ارتفاع ماهواره را برای تعیین مدل تصادفی برای مشاهدات GPS ارائه نموده‌اند. جین و جانگ^۳ (۱۹۹۶) تاثیر دقت ارتفاع ماهواره‌ها را بر دقت مشاهدات کد بررسی کردند [۲۸]. تالبوت^۴ (۱۹۸۸) استفاده از پارامتر نسبت سیگنال به نویز مشاهدات^۵ را برای تعیین واریانس مشاهدات فاز پیشنهاد داد [۲۹]. برانر و همکاران^۶ (۱۹۹۹) به تعیین مدل تصادفی مشاهدات GPS با استفاده از پارامتر نسبت سیگنال به نویز پرداختند [۳۰]. اما همچنان در بسیاری از کاربردها، تنها در نظر گرفتن دو پارامتر ارتفاع ماهواره و نسبت سیگنال به نویز در تعیین مدل تصادفی مشاهدات GPS کفایت نمی‌کند. ونگ و همکاران^۷ (۲۰۰۲)، روش آماری برآورد ناریب مربعی کمترین نرم، را برای برآورد مدل تصادفی مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS، بکار گرفت؛ در این پردازش از همبستگی زمانی مشاهدات GPS، صرف‌نظر شده بود [۲۵]. در مقالات دیگری و توسط سایر محققین همبستگی زمانی بین مشاهدات GPS، نیز در نظر گرفته شده‌است. جاکمن^۸ (۱۹۹۸) [۳۱] و تایبریس^۹ (۱۹۹۸) [۳۲] همبستگی بین مشاهدات GPS و همبستگی زمانی مشاهدات GPS را بررسی کردند. امیری سیمکوئی (۲۰۰۷) با استفاده از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات به تعیین مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS پرداخت. او همچنین تمام پارامترهای تاثیرگذار شامل در نظر گرفتن دقت متفاوت برای مشاهدات مختلف، وابستگی دقت مشاهدات هر ماهواره به ارتفاع آن و نیز همبستگی زمانی مشاهدات GPS را در ساختار ماتریس کواریانس مشاهدات (مدل تصادفی) لحاظ کرد. نتایج حاصل از تحقیق او، وجود همبستگی قابل توجه بین مشاهدات مختلف GPS را تایید می‌کند. امیری سیمکوئی (۲۰۰۷) از مدل تابعی عاری هندسه^{۱۰}

^۱ Eueler and Goad

^۲ Parkinson and Spilker

^۳ Jin and Jong

^۴ Talbot

^۵ Signal to Noise Ratio (S/N)

^۶ Brunner et. al

^۷ Wang et. al

^۸ Jonkman

^۹ Tiberius

^{۱۰} Geometry- Free Observation Modal (GFOM)

^{۱۱} Reference

^{۱۲} Rover

می‌باشد، تفاوت اصلی مشاهدات فاز و کد در وارد شدن ابهام فاز صحیح به مشاهدات فاز می‌باشد.

$$\underline{\phi}_{r,j,L}^{s,k}(t_i) = \rho_{r,j,L}^{s,k}(t_i) + \lambda_L a_{r,j,L}^{s,k} + \underline{\varepsilon}_{r,j,L}^{s,k}(t_i) \quad (2)$$

که در آن ϕ مشاهده تفاضلی مرتبه دوم فاز بر روی فرکانس L1 یا L2، λ طول موج مربوطه، a ابهام فاز صحیح بر روی فرکانس L1 یا L2 و ε خطای اندازه گیری فاز در فرکانس L1 یا L2 می‌باشند. معادلات مشاهدات کد و فاز (معادلات ۱ و ۲)، را می‌توان به صورت سیستم معادله (۳) نوشت:

$$E \begin{bmatrix} \underline{P}_{r,j,1}^{s,k}(t_i) \\ \underline{P}_{r,j,2}^{s,k}(t_i) \\ \underline{\phi}_{r,j,1}^{s,k}(t_i) \\ \underline{\phi}_{r,j,2}^{s,k}(t_i) \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ a_{r,j,1}^{s,k} \\ a_{r,j,2}^{s,k} \end{bmatrix} \quad (3)$$

که در آن E عملگر امید ریاضی^۴ می‌باشد. همان‌طور که می‌دانیم فرض اولیه روش کمترین مربعات، عدم وجود اشتباه و بایاس در مشاهدات می‌باشد. بدین‌منظور تست‌های آماری لازم قبل از سرشکنی، به منظور کشف اشتباهات احتمالی انجام شده‌است. بنابراین امید ریاضی خطاهای اندازه‌گیری کد و فاز (از نوع خطاهای تصادفی) صفر فرض شده است. در رابطه (۳) ماتریس طرح \mathbf{A} به شکل رابطه (۴) می‌باشد.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & 0 & 0 \\ \mathbf{G} & 0 & 0 \\ \mathbf{G} & \lambda_1 & 0 \\ \mathbf{G} & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

که در آن

$$\mathbf{G} = -(\mathbf{u}_j^k - \mathbf{u}_j^s)^T \quad (5)$$

$$\mathbf{u}_j^k = (\mathbf{r}^k - \mathbf{r}_j) / \|\mathbf{r}^k - \mathbf{r}_j\| \quad (6)$$

بردار \mathbf{u}_j^k در رابطه (۵)، برداری که بین گیرنده j و ماهواره k می‌باشد و توسط رابطه (۶) بدست می‌آید.

رویت در هر یک باشد، به تعداد $n_s - 1$ به مجهولات فاصله هندسی تفاضلی مرتبه دوم گیرنده-ماهواره اضافه می‌شود. در صورتی که مجهولات مدل هندسه-مبنا شامل سه مولفه بردار طول‌مبنای^۱ بین گیرنده مرجع و سیار و ابهام فازهای تفاضلی مرتبه دوم فیکس می‌باشد. واضح است در مدل هندسه-مبنا تعداد مجهولات با افزایش تعداد اپک‌ها ثابت باقی می‌ماند و بنابراین درجه آزادی مدل بالا خواهد رفت. در این صورت برای مثال استفاده از مدل هندسه-مبنا بر خلاف مدل عاری از هندسه، برآورد خصوصیات نوین مشاهدات فاز L1 و L2 را به صورت جداگانه ممکن می‌سازد؛ که این به دلیل بالا بودن درجه آزادی مدل هندسه-مبنا نسبت به مدل عاری از هندسه می‌باشد [۱۶، ۱۷]. مدل هندسه-مبنا دارای دو بخش مدل تابعی و مدل تصادفی می‌باشد که به ترتیب در بخش‌های ۱-۲ و ۲-۲ توضیح داده شده‌اند.

۱-۲- مدل تابعی

دو گیرنده r و j مشاهداتی را همزمان به دو ماهواره s و k انجام می‌دهند. گیرنده r ، گیرنده مرجع و گیرنده j ، گیرنده سیار فرض می‌شود. برای طول مبنای صفر^۲ و طول مبنای کوتاه^۳ می‌توان از تاخیرات اتمسفریک (شامل تاخیر یونسفریک و تاخیر تروپوسفریک) صرف نظر کرد. بنابراین معادله مشاهده کد در مرحله تفاضلی مرتبه دوم به شکل زیر خواهد بود [۲۳]:

$$\underline{P}_{r,j,L}^{s,k}(t_i) = \rho_{r,j,L}^{s,k}(t_i) + \underline{e}_{r,j,L}^{s,k}(t_i) \quad (1)$$

که در آن نماد $(\cdot)_{rj}^{sk} = (\cdot)_j^k - (\cdot)_j^s - ((\cdot)_r^k - (\cdot)_r^s)$ ؛ P کد (شبه فاصله) مشاهداتی تفاضلی مرتبه دوم در فرکانس L1 یا L2، ρ فاصله هندسی بین گیرنده و ماهواره در مرحله تفاضلی مرتبه دوم، e خطای اندازه‌گیری کد در فرکانس L1 یا L2، L فرکانس مربوطه (L1 یا L2) و t_i اپک مشاهداتی مربوطه می‌باشند. به همین ترتیب معادله مشاهده فاز در مرحله تفاضلی مرتبه دوم به شکل معادله (۲)

^۱ Baseline
^۲ Zero baseline
^۳ Short baseline

^۴ Expectation operator

GPS، با استفاده از قانون انتشار خطاها به شکل زیر می-باشد [۱۶،۱۷]:

$$Q_y^D = \Sigma_C \otimes \Sigma_T \otimes \Sigma_E \quad (9)$$

که در آن، \otimes نماد ضرب کرونگر و Σ_C ماتریسی شامل

$$\Sigma_C = \begin{bmatrix} \sigma_{p_1}^2 & \sigma_{p_1, p_2} & \sigma_{p_1, \phi_1} & \sigma_{p_1, \phi_2} \\ \sigma_{p_1, p_2} & \sigma_{p_2}^2 & \sigma_{p_2, \phi_1} & \sigma_{p_2, \phi_2} \\ \sigma_{p_1, \phi_1} & \sigma_{p_2, \phi_1} & \sigma_{\phi_1}^2 & \sigma_{\phi_1, \phi_2} \\ \sigma_{p_2, \phi_1} & \sigma_{p_2, \phi_2} & \sigma_{\phi_1, \phi_2} & \sigma_{\phi_2}^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

۱۰ مجهول (۴ مولفه واریانس و ۶ مولفه کواریانس بین مشاهدات مختلف GPS) بوده که با استفاده از روش برآورد مولفه‌های کمترین مربعات برآورد خواهند شد.

ماتریس Σ_T ، ماتریسی است که همبستگی زمانی بین مشاهدات GPS را نشان می‌دهد که در این پژوهش آن را برابر $\Sigma_T = I_K$ فرض می‌کنیم. که در آن، K تعداد اپک‌های مشاهداتی است. همچنین ماتریس Σ_E ، ماتریسی است که وابستگی دقت مشاهدات GPS به ارتفاع ماهواره‌ها را نشان می‌دهد (با استفاده از اعمال قانون انتشار خطا بر مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS و با فرض برابر بودن دقت ماهواره‌ها با ارتفاعات مختلف، بدست می‌آید [۱۶،۱۷])، همان‌طور که اشاره شد در این تحقیق برای سادگی از آن صرف نظر می‌کنیم. به بیان دیگر فاکتور واریانس برای کلیه ماهواره‌ها با هر زاویه ارتفاعی برابر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین داریم:

$$\Sigma_E = \begin{bmatrix} 4 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 4 & \dots & 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & 2 & \dots & 4 \end{bmatrix}_{k \times k} \quad (11)$$

که در آن k تعداد ماهواره‌های قابل رویت می‌باشد. خواننده علاقه‌مند جهت آشنایی با چگونگی استخراج این ماتریس می‌تواند به [۱۷] مراجعه کند.

بردار g در رابطه (۳)، شامل مولفه‌های مجهول طول مبنای بین دو گیرنده مرجع و سیار و به شکل زیر می-باشد.

$$g = \begin{bmatrix} \Delta X_{12} \\ \Delta Y_{12} \\ \Delta Z_{12} \end{bmatrix} \quad (7)$$

مدل تابعی ارائه شده در رابطه ۳، مربوط به دو گیرنده و دو ماهواره در یک اپک دلخواه می‌باشد.

۲-۲- مدل تصادفی

یکی از ساده‌ترین مدل‌های تصادفی برای مشاهدات غیرتفاضلی کد و فاز در یک اپک مشاهداتی که در عمل از آن استفاده می‌شود، به صورت زیر می‌باشد:

$$D(y) = \text{diag}(\sigma_{p_1}^2, \sigma_{p_2}^2, \sigma_{\phi_1}^2, \sigma_{\phi_2}^2) \quad (8)$$

که در آن، D عملگر پراکنش^۱ و $i=1,2$; $\sigma_{p_i}^2, \sigma_{\phi_i}^2$ واریانس مشاهدات غیرتفاضلی کد و فاز می‌باشند. در مدل تصادفی فوق، از همبستگی بین مشاهدات صرف نظر شده است. در بسیاری از کاربردهای عملی $\sigma_{p_1}^2 = \sigma_{p_2}^2 = \sigma_p^2$ و $\sigma_{\phi_1}^2 = \sigma_{\phi_2}^2 = \sigma_\phi^2$ (دقت برابر و ثابت برای مشاهدات کد و فاز در فرکانس L1 و L2) در نظر گرفته می‌شوند؛ هر چند که خواهیم دید چنین فرض‌هایی در واقعیت برقرار نخواهد بود و چنین مدلی، مدل قابل اعتمادی نخواهد بود. همان‌طور که بیان شد، به منظور رسیدن به دقت مورد نظر در تعیین موقعیت دقیق GPS، ارائه وزن صحیح (مدل تصادفی قابل اعتماد) برای مشاهدات GPS، الزامی است. بنابراین برای ارائه ماتریس وزن صحیح مشاهدات GPS، از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مدل تابعی هندسه-مبنا و با در نظر گرفتن دقت متفاوت برای مشاهدات مختلف GPS و نیز امکان وجود همبستگی بین انواع مشاهدات GPS استفاده می‌شود.

با فرض وجود ۴ نوع مشاهده CA-P2-L1-L2، ساختار کلی مدل تصادفی مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم

^۱ Dispersion operator

۳- روش برآورد مولفه های واریانس کمترین مربعات

سیستم معادلات مشاهدات (۱۲) را در نظر بگیرید:

$$E(\underline{y}) = \mathbf{A}\mathbf{x}; \quad D(\underline{y}) = \mathbf{Q}_y = \sum_{k=1}^p \sigma_k \mathbf{Q}_k \quad (12)$$

که در آن \underline{y} بردار مشاهدات با بعد m ، \mathbf{x} بردار مجهولات با بعد n ، \mathbf{A} ماتریس طرح با ابعاد $m \times n$ ، \mathbf{Q}_y ماتریس کواریانس مشاهدات با ابعاد $m \times m$ ، E و D به ترتیب عملگرهای امید ریاضی و پراکنش می باشند. ساختار ماتریس کواریانس مشاهدات تا حدودی معلوم می باشد؛ بدین معنا که می توان آن را به صورت ترکیب خطی مجهول از ماتریس های کوفاکتور معلوم (\mathbf{Q}_k) بیان کرد. در این مقاله از روش برآورد مولفه های واریانس کمترین مربعات، برای برآورد مولفه های مجهول (کو) واریانس (σ_k) استفاده می شود.

روش برآورد مولفه های واریانس کمترین مربعات، یک روش قدرتمند برای برآورد پارامترهای مجهول (کو) واریانس (σ_k) در مدل تصادفی با استفاده از روش حل تکراری و به شکل $\hat{\mathbf{g}} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{I}$ می باشد. که در آن ماتریس \mathbf{N} با ابعاد $p \times p$ ، بردار \mathbf{I} با بعد p و بردار $\hat{\mathbf{g}}$ بردار مجهولات (کو) واریانس برآورد شده به شکل $\hat{\mathbf{g}} = [\hat{\sigma}_1 \quad \dots \quad \hat{\sigma}_p]^T$ با بعد p می باشند. عناصر ماتریس نرمال \mathbf{N} و بردار \mathbf{I} به ترتیب با استفاده از روابط ۱۳ و ۱۴ بدست می آیند [۱۶].

$$n_{ij} = \frac{1}{2} tr(\mathbf{Q}_i \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{P}_A^+ \mathbf{Q}_j \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{P}_A^+) \quad (13)$$

و

$$l_i = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{Q}_i \mathbf{Q}_y^{-1} \hat{\mathbf{e}} \quad (14)$$

که در آن $\mathbf{P}_A^+ = \mathbf{I}_m - \mathbf{A}(\mathbf{A}^t \mathbf{Q}_y^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^t \mathbf{Q}_y^{-1}$ تصویرگر قائم $\hat{\mathbf{e}}$ و بردار باقی مانده های برآورد شده با بعد m می باشند. ماتریس کواریانس مجهولات (واریانس ها و کواریانس ها) برآورد شده به روش برآورد مولفه های واریانس کمترین مربعات، به شکل معکوس ماتریس نرمال

می باشد. $\mathbf{Q}_\sigma = \mathbf{N}^{-1}$ ماتریسی با ابعاد $p \times p$ و عناصر قطری این ماتریس نشانگر دقت مجهولات (کو) واریانس برآورد شده است. خواننده علاقه مند برای آشنایی با جزئیات بیشتر می تواند به مراجع [۱۶، ۳۸، ۳۹] مراجعه کند.

واضح است در صورتی که ابعاد ماتریس \mathbf{A} بزرگ باشد (m بزرگ باشد)، زمان زیادی برای محاسبات VCE نیاز است. یکی از ساده ترین راهکارها برای کاهش زمان و حجم محاسبات VCE، استفاده از اپک های مشاهداتی کم تر می باشد. این روش تضمینی برای رسیدن به دقت مورد انتظار در برآورد مجهولات نخواهد داشت. بنابراین به منظور استفاده از کلیه اطلاعات در دسترس و نیز کاهش زمان و حجم محاسبات VCE، می توان بردار مشاهدات \underline{y} با بعد m را به r گروه یا دسته تقسیم کرد. در این صورت با فرض تکرار مدل تصادفی $\mathbf{Q}_y = \sum_{k=1}^p \sigma_k \mathbf{Q}_k$ در هر گروه، می توان پارامترهای مجهول (کو) واریانس ($\sigma_k; k=1:p$) را در آن گروه به صورت مجزا برآورد کرد. در این صورت خواهیم داشت:

$$\hat{\sigma}_k = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \hat{\sigma}_k^{(i)} \quad ; k=1, \dots, p \quad (15)$$

که در آن $\hat{\sigma}_k^{(i)}$ مولفه (کو) واریانس k ام در گروه i ام و r تعداد گروه های مشاهداتی می باشند [۱۶، ۱۷]. برآورد مولفه های مجهول (کو) واریانس با استفاده از روش برآورد مولفه های واریانس کمترین مربعات می تواند در یکی از سه حالت زیر انجام شود:

- ۱- ابهام فازهای اعشاری^۲: در این حالت ماتریس \mathbf{A} به شکل رابطه (۴) خواهد بود.
- ۲- ابهام فازهای فیکس شده به عدد صحیح خود^۳: در این حالت پس از تشکیل مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم و پس از انتقال ابهام فازهای فیکس شده با استفاده از روش حل ابهام فاز لامبدا^۴ [۴۰، ۴۱] و یا با استفاده از روش تئوری شبکه^۵ [۴۲] به سمت چپ سیستم معادلات و حذف ستون های مربوطه از ماتریس \mathbf{A} ، ماتریس طرح در رابطه (۴) به شکل $\mathbf{A} = [\mathbf{G}^T \quad \mathbf{G}^T \quad \mathbf{G}^T \quad \mathbf{G}^T]^T$ ساده خواهد شد.

^۲ Float Ambiguity

^۳ Fixed Ambiguity

^۴ Least-squares Ambiguity Decorrelation

^۵ Lattice theory

^۱ Orthogonal projector

۳- ابهام فازهای فیکس شده بعلاوه طول مبنای فیکس شده پس از پردازش فایل‌های مشاهداتی RINEX^۱ موجود: منظور از طول مبنای فیکس شده این است که پس از حل طول مبنا و تعیین مولفه‌های آن، مجهولات مربوطه (سه مولفه‌ی طول مبنا) از مجهولات (ستون‌های ماتریس طرح) حذف شوند. در این حالت ماتریس $A=[\]$ و در نتیجه $P_A^{\perp} = I$ خواهد شد.

همان‌طور که مشخص است، در هر مرحله از تعداد مجهولات کم خواهد شد و بنابراین درجه آزادی مدل و در نتیجه دقت برآورد مولفه‌های مجهول (کواریانس بالاتر خواهد رفت. در این مقاله نتایج حالت دوم ارائه شده است. همان‌طور که اشاره شد روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات، نیاز به تکرار دارد. بدین منظور مقادیر اولیه انحراف معیار مشاهدات کد در هر دو فرکانس (CA و P2) و انحراف معیار مشاهدات فاز در هر دو فرکانس (L1 و L2) به ترتیب برابر سی سانتی‌متر و سه میلی‌متر و همچنین مقادیر اولیه کواریانس (همبستگی) برابر صفر در نظر گرفته شدند. در این صورت الگوریتم برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات، پس از سه الی چهار تکرار و با دقت $\epsilon = 10^{-6}$ (اختلاف نرم دو مرحله متوالی کمتر از $\epsilon = 10^{-6}$ باشد) همگرا خواهد شد.

۴- نتایج عددی

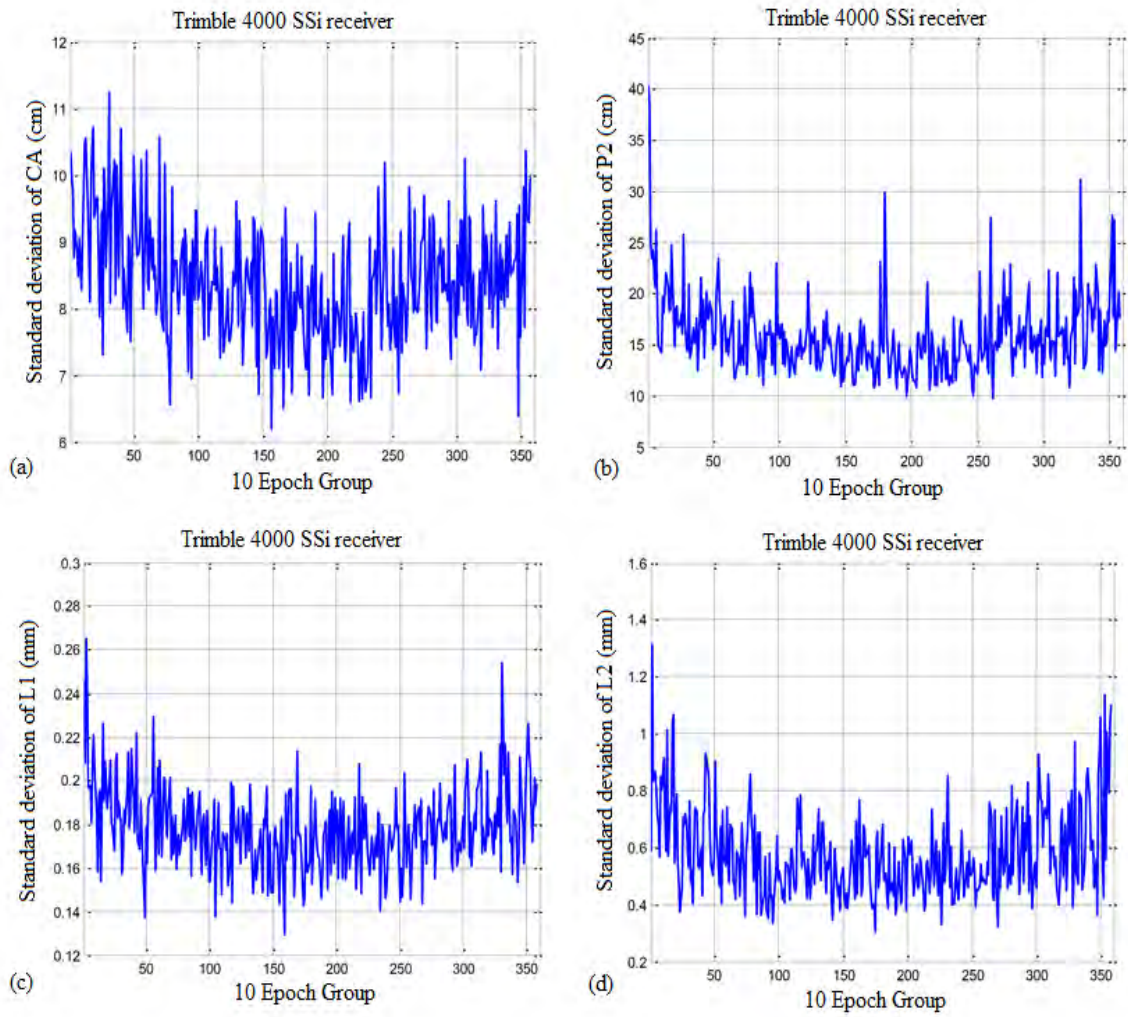
اکنون الگوریتم روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات (توضیح داده شده در بخش ۳) را بر دو سری داده‌های واقعی طول مبنای صفر ($\mathbf{g} = (0,0,0)$)، جمع‌آوری شده با دو گیرنده تریمبل 4000 SSi و تریمبل R7 اعمال می‌کنیم. داده‌های گیرنده اول در تاریخ ۹ آوریل ۱۹۹۹ (UTC ۰۸:۰۰:۰۰ - ۰۸:۵۹:۵۹) و داده‌های گیرنده دوم در تاریخ ۱۶ ژانویه ۲۰۰۴ (UTC ۱۳:۲۵:۰۰ - ۱۲:۲۵:۰۰) به مدت یک ساعت و با نرخ یک ثانیه جمع‌آوری شده‌اند. بنابراین تعداد کل اپک‌های مشاهداتی $K=3600$ می‌باشد که به منظور کاهش زمان و حجم محاسبات VCE، به ۳۶۰ گروه تقسیم می‌شوند؛ هر گروه

مشکل از ۱۰ اپک مشاهداتی می‌باشد. پس از اعمال الگوریتم برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات بر هر گروه به صورت جداگانه، ۱۰ مجهول (کواریانس) عناصر ماتریس Σ_C برآورد می‌شوند. میانگین نتایج این ۳۶۰ گروه ده‌تایی توسط رابطه (۱۵) محاسبه شده و برای گیرنده‌های تریمبل 4000 SSi و تریمبل R7 ارائه شده است. در بخش ۱-۴ واریانس مشاهدات مختلف GPS در هر دو گیرنده تریمبل 4000 SSi و تریمبل R7 و در بخش ۲-۴ کواریانس (همبستگی) بین انواع مشاهدات مختلف GPS ارائه شده‌اند. در انتها لازم به ذکر است هدف از این پژوهش مقایسه نویز دو گیرنده نبوده و صرفاً کاربرد روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات به منظور وزن‌دهی به مشاهدات GPS از اهداف مورد نظر این تحقیق می‌باشد.

۴-۱- واریانس مشاهدات مختلف

در این بخش، واریانس مشاهدات مختلف GPS شامل CA-P2-L1-L2 برای هر دو گیرنده تریمبل 4000 SSi و تریمبل R7، به روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات تعیین می‌شوند. شکل (۱)، انحراف معیار مشاهدات CA، P2، L1 و L2 در گیرنده تریمبل 4000 SSi برای هر گروه ده‌تایی نشان می‌دهد. جدول (۱)، میانگین واریانس و انحراف معیار مشاهدات مختلف GPS در دو گیرنده تریمبل 4000 SSi و تریمبل R7 را به همراه دقت برآوردشان ارائه می‌دهد. نتایج حاصله برای این گیرنده نشان می‌دهد که نویز مشاهدات GPS در گیرنده تریمبل 4000 SSi (۸،۴ سانتی‌متر)، (۱۵،۹ سانتی‌متر)، (۰،۲ میلی‌متر) و (۰،۶ میلی‌متر) و در گیرنده تریمبل R7 (۱۳،۰ سانتی‌متر)، (۱۳،۲ سانتی‌متر)، (۱،۰ میلی‌متر) و (۱،۴ میلی‌متر) به ترتیب برای مشاهدات CA، P2، L1 و L2 می‌باشد.

^۱ Receiver Independent Exchange



شکل ۱- انحراف معیار مشاهدات مختلف GPS برآورده شده در گروه‌های ده‌تایی مشاهدات در گیرنده تریمبل 4000 SSI؛ (a) دقت مشاهدات CA بر حسب سانتی‌متر؛ (b) دقت مشاهدات P2 بر حسب سانتی‌متر؛ (c) دقت مشاهدات فاز L1 بر حسب میلی‌متر؛ (d) دقت مشاهدات فاز L2 بر حسب میلی‌متر

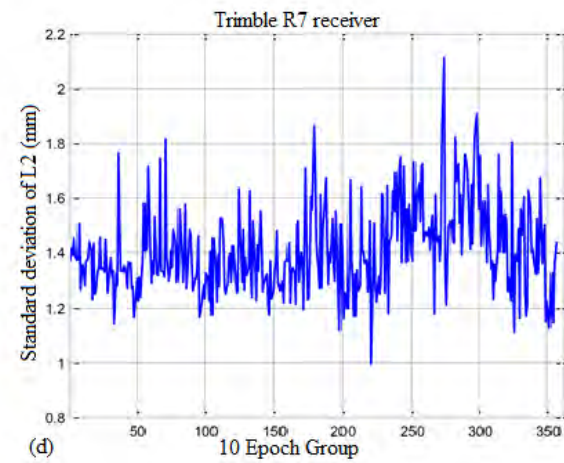
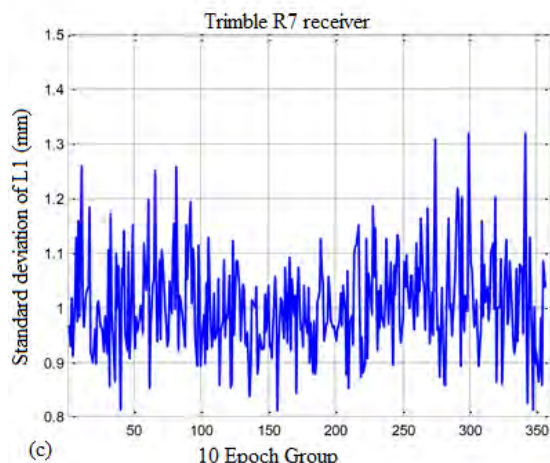
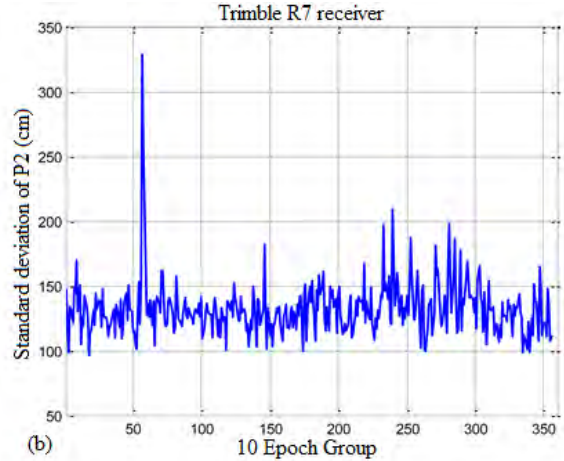
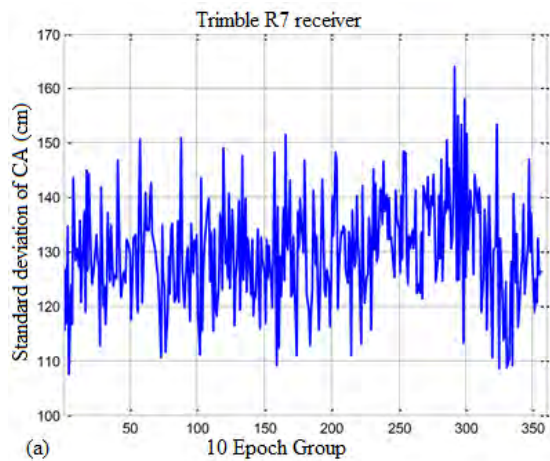
جدول ۱- واریانس و انحراف معیار مشاهدات کد و فاز دو گیرنده تریمبل 4000 SSI و تریمبل R7 به همراه دقت برآورد آن‌ها

گیرنده	مشاهدات	$\hat{\sigma}^2 \pm \sigma_{\sigma^2} (\text{mm}^2)$	$\hat{\sigma} \pm \sigma_{\sigma} (\text{mm})$
تریمبل 4000 SSI	CA	$7158/24 \pm 62/36$	$84/12 \pm 0/37$
	P2	$26681/00 \pm 270/05$	$158/61 \pm 0/85$
	L1	$0/03 \pm 3 \times 10^{-4}$	$0/18 \pm 8 \times 10^{-4}$
	L2	$0/36 \pm 3 \times 10^{-3}$	$0/58 \pm 3 \times 10^{-3}$
تریمبل R7	CA	$16977/55 \pm 126/19$	$129/93 \pm 0/48$
	P2	$17972/34 \pm 141/85$	$132/34 \pm 0/54$
	L1	$1/02 \pm 8 \times 10^{-3}$	$1/01 \pm 4 \times 10^{-3}$
	L2	$2/01 \pm 0/02$	$1/41 \pm 5 \times 10^{-3}$

استفاده از کد ناشناخته W-code رمزدار می‌شود. اصطلاحاً به این عملیات (AS) Antispoofing و به کد بدست آمده Y-code گفته می‌شود. بنابراین مشاهده کد P2 که با استفاده از تکنیک‌های بازیابی از روی کد Y اندازه‌گیری می‌شود (برخلاف مشاهده کد CA که مستقیماً اندازه‌گیری می‌شود). این تکنیک‌ها از مشاهده کد CA اقدام به بازیابی کد P2 می‌کند. با توجه به موارد بیان شده، برآورد نویز بالاتر برای کد P2 نسبت به کد CA منطقی به نظر می‌رسد. در واقع کد اندازه‌گیری شده P2 با استفاده از هر تکنیک بازیابی دارای نویز بیشتری از کد CA خواهد بود. در صورتی که بتوان مستقیماً کد P2 را اندازه‌گیری کرد قطعاً از مشاهده کد CA دقیق‌تر خواهد بود.

مقادیر نویز برآورد شده برای مشاهدات شبه فاصله کد و فاز در هر دو فرکانس و برای هر دو گیرنده، ارائه شده در جدول (۱)، کمی خوشبینانه به نظر می‌رسد. دلیل چنین برآوردی این است که نتایج ارائه شده مربوط به داده‌های طول مبنای صفر می‌باشد. بنابراین کلیه خطاها از جمله تاخیرات اتمسفری و خطای چندمسیری و ... در مرحله تفاضلی مرتبه دوم به طور کامل حذف شده و آنچه که باقی می‌ماند تنها نویز گیرنده می‌باشد.

با نگاهی به نتایج ارائه شده به جدول (۱)، ممکن است این سوال مطرح شد که علت برآورد نویز بالاتر برای مشاهده P2 نسبت به مشاهده کد CA چیست؟ همانطور که می‌دانیم کد P2 دقیق‌تر از کد CA می‌باشد، این کد در ابتدا برای مقاصد نظامی طراحی شده بود، سپس با



شکل ۲- انحراف‌معیار مشاهدات مختلف GPS برآورده شده در گروه‌های ده‌تایی مشاهدات در گیرنده تریمبل R7؛ (a) دقت مشاهدات CA بر حسب سانتی‌متر؛ (b) دقت مشاهدات P2 بر حسب سانتی‌متر؛ (c) دقت مشاهدات فاز L1 بر حسب میلی‌متر؛ (d) دقت مشاهدات فاز L2 بر حسب میلی‌متر

شکل‌های ۱، ۲ و ۳، نشانگر درستی برآورد به وسیله روش چند متغیره^۱ می‌باشد. همان‌گونه که در بخش (۳) توضیح داده شد، در این روش برای کاهش حجم محاسبات VCE، مشاهدات به گروه‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شوند و در هر گروه به طور مجزا الگوریتم روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات اعمال می‌شود و در نهایت میانگین مولفه (کو) واریانس برآورد شده در تمام گروه‌ها به عنوان برآورد نهایی از مولفه مربوطه در نظر گرفته می‌شود. این شکل‌ها درستی این روش را نشان می‌دهد چرا که در تمام ۳۶۰ گروه جواب حاصله در یک محدوده مشخصی است و هیچ‌گونه رفتار سیستماتیکی در آن مشاهده نمی‌شود (هم در مورد واریانس و هم در مورد کواریانس (همبستگی)).

جدول (۲) میانگین کواریانس و همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS در گروه‌های ده‌تایی در دو گیرنده تریمبل 4000 SSI و تریمبل R7 به همراه دقتشان را ارائه می‌دهد. خواننده علاقه‌مند برای آشنایی با چگونگی برآورد دقت ضریب همبستگی (قانون انتشار خطا) می‌تواند به [۱۷] مراجعه کند.

همان‌طور که از جدول (۲) مشخص است، ضریب همبستگی بین مشاهدات کد CA و P2 در گیرنده تریمبل 4000 SSI قابل توجه و برابر ۰٫۵۵، و نیز ضریب همبستگی بین مشاهدات فاز L1 و L2 در گیرنده تریمبل R7 مقدار قابل توجه و برابر ۰٫۶۴ می‌باشد.

شکل (۲)، انحراف معیار مشاهدات CA، P2، L1 و L2 در گیرنده تریمبل R7 برای هر گروه ده‌تایی نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که دقت مولفه‌های واریانس ($\sigma_{\hat{\sigma}_2}$)، همان مجذور عناصر قطری ماتریس کواریانس $\mathbf{Q}_{\hat{\sigma}} = \mathbf{N}^{-1}$ می‌باشد. درحالی‌که دقت مولفه‌های انحراف معیار ($\sigma_{\hat{\sigma}}$) مطابق روند زیر از قانون انتشار خطا بدست می‌آید.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2} \Rightarrow J = \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial \hat{\sigma}^2} = \frac{1}{2\sqrt{\hat{\sigma}^2}} = \frac{1}{2\hat{\sigma}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\hat{\sigma}}^2 = J \sigma_{\hat{\sigma}^2} J^T$$

$$\Rightarrow \sigma_{\hat{\sigma}}^2 = \left(\frac{1}{2\hat{\sigma}}\right)^2 \sigma_{\hat{\sigma}^2}^2 = \frac{\sigma_{\hat{\sigma}^2}^2}{4\hat{\sigma}^2}$$

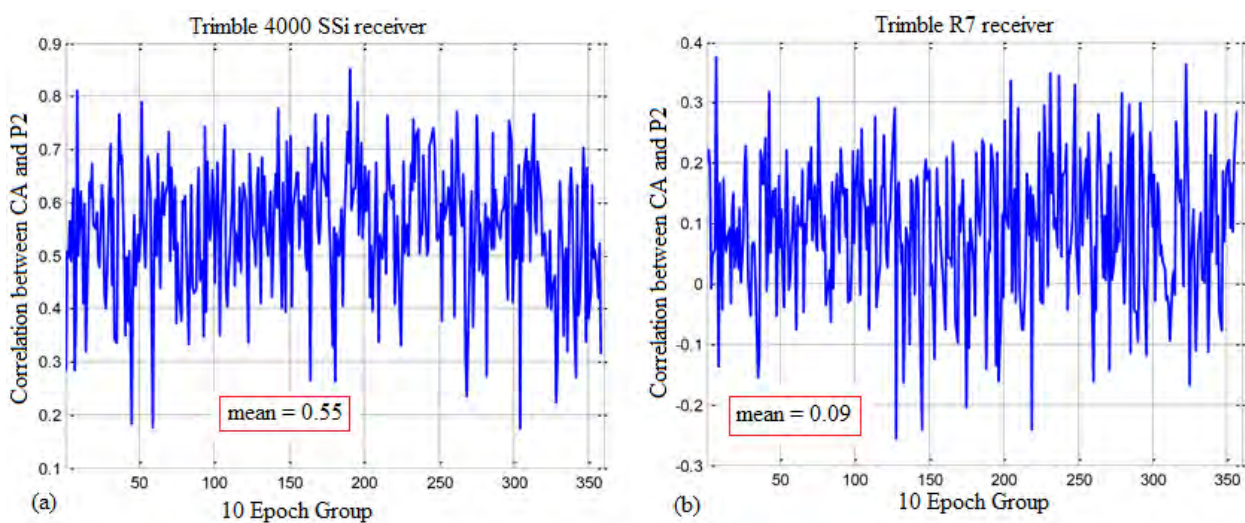
$$\Rightarrow \sigma_{\hat{\sigma}} = \frac{\sigma_{\hat{\sigma}^2}}{2\hat{\sigma}} \quad (16)$$

۴-۲- همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS

اکنون پس از برآورد کواریانس‌های مجهول بین مشاهدات با استفاده از روش برآورد مولفه‌های (کو) واریانس کمترین مربعات، ضریب همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS با استفاده از معادله (۱۷) بدست می‌آوریم.

$$\hat{\rho} = \frac{\hat{\sigma}_{i,j}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{i,i}} \sqrt{\hat{\sigma}_{j,j}}} = \frac{\hat{\sigma}_{i,j}}{\sqrt{\hat{\sigma}_i^2} \sqrt{\hat{\sigma}_j^2}} \quad (17)$$

شکل (۳) همبستگی بین مشاهدات CA و P2 در دو گیرنده تریمبل 4000 SSI و تریمبل R7 را نشان می‌دهد.



شکل ۳- همبستگی بین مشاهدات CA و P2 برآورد شده در گروه‌های ده‌تایی؛ (a) گیرنده تریمبل 4000 SSI (b) گیرنده تریمبل R7

^۱ Multivariate

جدول ۲- کوارینانس و همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS در دو گیرنده تریمبل 4000 SSI و تریمبل R7 به همراه دقت برآورد آن‌ها

گیرنده	بین	$\hat{\sigma}_{i,j} \pm \sigma_{\hat{\sigma}_{i,j}} (mm^2)$	$\hat{\rho}_{i,j} \pm \sigma_{\hat{\rho}_{i,j}}$
تریمبل 4000 SSI	CA-P2	$۷۲۹۲/۹۸ \pm ۹۷/۴۴$	$۰/۵۵ \pm ۲ \times ۱۰^{-۳}$
	CA-L1	$۰/۲۵ \pm ۰/۰۹$	$۰/۰۲ \pm ۱ \times ۱۰^{-۳}$
	CA-L2	$۱/۱۸ \pm ۰/۳۱$	$۰/۰۲ \pm ۶ \times ۱۰^{-۴}$
	P2-L1	$-۰/۱۰ \pm ۰/۱۹$	$-(۲ \times ۱۰^{-۳}) \pm ۱ \times ۱۰^{-۳}$
	P2-L2	$۵/۵۹ \pm ۰/۶۶$	$۰/۰۴ \pm ۲ \times ۱۰^{-۳}$
	L1-L2	$۰/۰۲ \pm ۷ \times ۱۰^{-۴}$	$۰/۲۰ \pm ۲ \times ۱۰^{-۳}$
تریمبل R7	CA-P2	$۱۵۱۷/۱۲ \pm ۹۲/۰۴$	$۰/۰۹ \pm ۲ \times ۱۰^{-۳}$
	CA-L1	$۱/۹۰ \pm ۰/۷۰$	$۰/۰۱ \pm ۱ \times ۱۰^{-۳}$
	CA-L2	$۱/۸۶ \pm ۰/۹۷$	$۰/۰۱ \pm ۶ \times ۱۰^{-۴}$
	P2-L1	$-۱/۷۹ \pm ۰/۷۲$	$-۰/۰۱ \pm ۱ \times ۱۰^{-۳}$
	P2-L2	$-۰/۶۲ \pm ۱/۰۱$	$-(۴ \times ۱۰^{-۳}) \pm ۲ \times ۱۰^{-۳}$
	L1-L2	$۰/۰۹ \pm ۰/۰۱$	$۰/۶۴ \pm ۲ \times ۱۰^{-۳}$

برای ارزیابی نتایج و مشاهده‌ی تاثیر معرفی مدل تصادفی مناسب جدول (۳) تهیه شده است. در این جدول دقت برآورد مجهولات (عناصر قطری ماتریس کوارینانس مجهولات برآورد شده (طول مبنا) $C_{\bar{x}}$) در دو حالت استفاده از وزن‌های اسمی و معرفی ماتریس وزن حاصله از VCE برای مشاهدات GPS ارائه شده است. لازم به ذکر است که این جدول مربوط به نتایج پردازش طول مبنای صفر می‌باشد.

همان‌طور که از نتایج جدول (۳) مشخص است، پس از معرفی مدل تصادفی مناسب که خروجی الگوریتم روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات بود، در نتایج (دقت برآورد مولفه‌های طول مبنا) بهبود حاصل شده است.

نتایج عددی به دست آمده مبین این مطلب است که تعیین مدل تصادفی مشاهدات GPS به نوع گیرنده مورد استفاده وابسته است. به دلیل این‌که هر گیرنده‌ای به منظور اندازه‌گیری مشاهدات شبه فاصله کد و فاز بر روی فرکانس‌های L1 و L2 از تکنیک بازیابی مخصوص بخود استفاده می‌کند، نوع گیرنده و همچنین نوع آنتن می‌تواند ساختار نویز وارد بر مشاهدات و در نتیجه مدل تصادفی را تحت تاثیر قرار دهد. بنابراین وجود تفاوت در نتایج از جمله همبستگی قابل توجه بین مشاهدات مختلف در یک گیرنده نسبت به گیرنده دیگر و تفاوت دقت مشاهدات مختلف GPS در هر گیرنده، منطقی به نظر می‌رسد (حتی بین دو مدل گیرنده تریمبل).

جدول ۳- دقت برآورد مختصات در هر دو گیرنده تریمبل در دو حالت معرفی وزن اسمی و معرفی وزن حاصل از VCE بر حسب میلی‌متر

نوع	دقت مولفه	$\sigma_{\Delta X} (mm)$	$\sigma_{\Delta Y} (mm)$	$\sigma_{\Delta Z} (mm)$
	گیرنده			
معرفی وزن‌های اسمی	تریمبل 4000 SSI	۰/۰۷	۰/۰۳	۰/۰۷
	تریمبل R7	۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۶
معرفی وزن‌های حاصله از VCE	تریمبل 4000 SSI	۰/۰۱	۰/۰۰۴	۰/۰۰۷
	تریمبل R7	۰/۰۱	۰/۰۰۸	۰/۰۲

۵- نتیجه گیری و پیشنهادات

استفاده از مدل تصادفی مناسب و قابل اطمینان برای مشاهدات GPS، برای تعیین موقعیت دقیق با GPS، از پیش‌نیازهای لازم می‌باشد. تاکنون مدل‌های تصادفی مختلفی برای مشاهدات GPS ارائه شده است. اما همچنان انتخاب مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS، مسأله‌ای بحث برانگیز است. تاثیر مدل تصادفی مورد استفاده بر برآورد مجهولات ابهام فاز در بسیاری از مقالات عنوان شده است. انتظار می‌رود استفاده از ماتریس وزن صحیح مشاهدات GPS، باعث بالا رفتن نرخ موفقیت در فیکس کردن ابهام فازهای مجهول شود که نتیجه آن بالا رفتن دقت تعیین موقعیت خواهد بود. در این مقاله، برای تعیین مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS (واریانس مشاهدات GPS و همبستگی بین مشاهدات مختلف)، از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات استفاده شد. مدل تابعی مورد استفاده در این مقاله، مدل هندسه- مبنا برای مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS می‌باشد. نتایج برآورد مولفه‌های (کو)واریانس مجهول به روش مولفه‌های واریانس کمترین مربعات برای

داده‌های واقعی طول‌مبنای صفر در دو گیرنده تریمبل 4000 SSI و تریمبل R7 ارائه شد. نتایج حاصله وجود همبستگی قابل توجه بین مشاهدات فاز L1 و L2 در گیرنده تریمبل R7 و همبستگی قابل توجه بین مشاهدات کد CA و P2 در گیرنده تریمبل 4000 SSI را تأیید می‌کند. نتایج عددی به دست آمده نشانگر این است که تعیین مدل تصادفی مشاهدات GPS به نوع گیرنده مورد استفاده وابسته است. واضح است صرف‌نظر کردن از این همبستگی‌های قابل توجه در ساختار مدل تصادفی مشاهدات GPS، دقت تعیین موقعیت با GPS را تحت تاثیر قرار خواهد داد. در مقابل، استفاده از مدل تصادفی حاصله از الگوریتم روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات باعث بهبود نتایج (دقت برآورد مولفه‌های طول‌مبنا) می‌شود. پیشنهاد می‌شود برای بهبود نتایج، سایر موارد از جمله وابستگی دقت مشاهدات GPS به ارتفاع ماهواره‌ها و همبستگی زمانی مشاهدات GPS نیز در ساختار مدل تصادفی در نظر گرفته شود. در این صورت انتظار می‌رود، دقت تعیین مدل تصادفی و در نتیجه دقت تعیین موقعیت GPS بالاتر برود.

مراجع

- [1] Rao, C. R., (1971a), "Estimation of variance and covariance components - MINQUE theory", Journal of multivariate analysis, 1(3): 257-275.
- [2] Rao, C. R., (1971b), "Minimum variance quadratic unbiased estimation of variance components", Journal of multivariate analysis, 1(4): 445-456.
- [3] Rao, C. R., (1973), "Linear statistical inference and its applications", John Wiley & Sons, Inc. New York, London, Sydney, Toronto.
- [4] Sjöberg, L.E., (1983), "Unbiased estimation of variance-components in condition adjustment with unknowns-a MINQUE approach", Zeitschrift für Vermessungen, 108(9), 382-387.
- [5] Koch, K. R., (1978), "Schätzung von varianzkomponenten", Allgemeine Vermessungs Nachrichten, 85: 264-269.
- [6] Koch, K. R., (1999), "Parameters Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models", Springer-Verlag, Heidelberg, Germany.
- [7] Caspary, W. F., (1987), "Concepts of network and deformation analysis", Technical report, School of Surveying, The University of New South Wales, Kensington.
- [8] Sjöberg, L. E., (1984), "Non-negative variance component estimation in the Gauss-Helmert adjustment model", Manuscripta Geodaetica, 9: 247-280.

- [9] Yu, Z., (1992), "A generalization theory of estimation of variance-covariance components", *Manuscripta Geodaetica*, 17(5): 295–301.
- [10] Kubik, K., (1970), "The estimation of the weights of measured quantities within the method of least squares", *Bulletin Géodésique*, 95: 21–40.
- [11] Koch, K. R., (1986), "Maximum likelihood estimate of variance components", *Bulletin Géodésique*, 60, 329–338.
- [12] Ou, Z., (1989), "Estimation of variance and covariance components", *Bulletin Géodésique*, 63: 139–148.
- [13] Yu, Z., (1996), "A universal formula of maximum likelihood estimation of variance-covariance components", *Journal of Geodesy*, Berlin, 70(4): 233–240.
- [14] Helmert, F. R., (1924), "Die ausgleichsrechnung nach der methode der kleinsten quadrate", 3. AUFL., Leipzig/Berlin.
- [15] Grafarend, E. W., (1984), "Variance-covariance component estimation of Helmert type in the Gauss-helmert model", *Zeitschrift für Vermessungen*, 109: 34–44.
- [16] Amiri-Simkooei, A. R., (2007), "Least squares variance component estimation: Theory and GPS applications", Ph.D. thesis, Delft Univ. of Technology, Delft, The Netherlands.
- [17] Amiri-Simkooei, A. R., Teunissen, P. J. G. and Tiberius, C. C. J. M., (2009), "Application of Least-Squares Variance Component Estimation to GPS Observables", *J. Surv. Eng.*, 135(4), 149-160.
- [18] Teunissen P. J. G., (1988), "Towards a least-squares framework for adjusting and testing of both functional and stochastic model", Internal research memo, Geodetic Computing Centre, Delft. A reprint of original 1988 report is also available in 2004, No. 26, <http://www.lr.tudelft.nl/mgp>.
- [19] Teunissen, P. J. G., Jonkman, N. F., and Tiberius, C. C. J. M., (1998), "Weighting GPS dual frequency observations: Bearing the cross of cross-correlation", *GPS Solut.*, 2(2), 28–37.
- [20] Seeber G., (2003), "Satellite geodesy", De Gruyter, Berlin.
- [21] Hofman- Wellenhof B., Lichtenegger H., Collinse J., (2007), "GNSS – Global Navigation Satellite Systems, GPS, GLONASS, Galileo and more.", Springer, Berlin Heidelberg New York.
- [22] Leick A., (2004), "GPS satellite surveying", John Wiley, New York.
- [23] Teunissen, P. J. G., and Kleusberg, A., (1998), "GPS for geodesy", Springer, Berlin Heidelberg New York.
- [24] Cross P. A., Hawksbee D. J., Nicolai R., (1994), "Quality measures for differential GPS positioning", *Hydroger J* 72: 17-22.
- [25] Wang J., Stewart M. P., (1996), "Stochastic assessment of double differenced GPS observations", Paper presented at Annual Research Seminar, School of Geomatic Engineering, The University of New South Wales, Sydney, November.
- [26] Euler, H. J., and Goad, C., (1991), "On optimal filtering of GPS dual frequency observations without using orbit information", *Bulletin Géodésique*, 65, 130–143.
- [27] Parkinson, B. W., and Spilker, J. J., (1996), "Global positioning system: Theory and applications, progress in astronautics and aerodynamics", Vol. 163–164, American Institute of Astronautics, Washington, D.C.
- [28] Jin, X.X., and Jong, C. D. de., (1996), "Relationship between satellite elevation and precision of GPS code observations", *The Journal of Navigation*, Vol. 49, pp. 253-265.

- [29] Talbot, N., (1988), "Optimal weighting of GPS carrier phase observations based on the signal-to-noise ratio", In Proceedings of the International Symposium on Global Positioning Systems, Queensland, Australia, October 1988.
- [30] Brunner, F. K., Hartinger, H., and Troyer, L., (1999), "GPS signal diffraction modeling: The stochastic model SIGMA- Δ model", Journal of Geodesy, Berlin, 73(5), 259–267.
- [31] Jonkman, N.F., (1998), "Integer GPS-ambiguity estimation without the receiver-satellite geometry", Publications of the Delft Geodetic Computing Centre, LGR Series, No. 18, 95 p.
- [32] Tiberius, C. C. J. M., (1998), "Recursive data processing for kinematic GPS surveying", Publications on Geodesy, Netherlands Geodetic Commission.
- [33] Odijk D., (2008), "GNSS Solutions: What does geometry-based and geometry-free mean in the context of GNSS?", Inside GNSS, 3(2), 22–24.
- [34] Teunissen, P. J. G., (1997a), "A canonical theory for short GPS baselines (Part I)", Journal of Geodesy, Berlin, 71(6), 320–336.
- [35] Teunissen, P. J. G., (1997b), "A canonical theory for short GPS baselines (Part II)", Journal of Geodesy, Berlin, 71(7), 389–401.
- [36] Teunissen, P. J. G., (1997c), "A canonical theory for short GPS baselines (Part III)", Journal of Geodesy, Berlin, 71(8), 486–501.
- [37] Teunissen, P. J. G., (1997d), "A canonical theory for short GPS baselines (Part IV)", Journal of Geodesy, Berlin, 71(9), 513–525.
- [38] Amiri-Simkooei, A. R., Tiberius, C. C. J. M., and Teunissen, P. J. G., (2006), "Noise characteristics in high precision GPS positioning", P. Xu, J. Liu, A. Dermanis, eds., Proc., 6th Hotine-Marussi Symp. Of Theoretical and Computational Geodesy, Springer, Berlin, 280–286.
- [39] Amiri-Simkooei, A. R., Tiberius, C. C. J. M., and Teunissen, P. J. G., (2007), "Assessment of noise in GPS coordinate time series: Methodology and results", 112(B07413): 1-19.
- [40] Teunissen, P. J. G., (1993), "Least squares estimation of the integer GPS ambiguities", Proc., IAG General Meeting, Series No. 6, Delft Geodetic Computing Centre.
- [41] Teunissen, P. J. G., (1995), "The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: A method for fast GPS integer ambiguity estimation", Journal of Geodesy, Berlin, 70(1–2), 65–83.
- [42] Jazaeri, S., Amiri-Simkooei, A. R., Sharifi, M. A., (2012), "Fast integer least-squares estimation for GNSS high-dimensional ambiguity resolution using lattice theory", Journal of Geodesy, Berlin, 86(2), 123-136